

Problème 196 – Dans le futur d'Hyperloop

Niveau : Troisième

Chapitres : Proportionnalité (Distance, Vitesse, Temps), Fonctions

Inédit, publié le 02/03/2021



Nous sommes en 2099. Tim, un élève de 3^{ème}, monte à bord de son train Hyperloop entre Paris et Marseille. Alors qu'il s'installe dans son siège, et que le train s'apprête à démarrer, Tim trouve une revue retraçant l'histoire de ce train qui fait désormais partie du quotidien des Français. Il y lit l'histoire du visionnaire Elon Musk, qui en 2013 lançait le pari fou de propulser un train à 1000 km/h. Tim lit alors que dans le journal d'époque datant de 2021, le pari était de faire le trajet Paris-Marseille en une demi-heure. Pari réussi ?

Pour répondre à cette question, nous allons proposer une modélisation simplifiée du parcours de Tim dans ce train. La ligne droite d'Hyperloop qui relie Paris à Marseille est longue de 660 km. Le train ne va pas à la vitesse de 1000 km/h, dite « vitesse de croisière », d'un seul coup : il lui faut une **phase d'accélération** qui lui permet d'atteindre cette vitesse. Il vient ensuite une **phase principale** où le train va maintenir une vitesse constante de 1000 km/h, puis **une phase de ralentissement** en fin de parcours. Pour simplifier, on admet qu'en moyenne sur toute la phase d'accélération, l'accélération est constante et vaut 5 m.s^{-2} . En physique, on sait que la variation de la vitesse, quand l'accélération est constante, est proportionnelle à l'accélération : ainsi, dans cette phase, on admet que la vitesse, à partir de 0 m.s^{-1} , augmente de 5 m.s^{-1} chaque seconde jusqu'à atteindre la vitesse de croisière.

Dans tout le problème, on exprimera tous les résultats arrondis à l'entier près.

1) Exprimer la vitesse de croisière en m.s^{-1} .

2) a) On appelle $v_1(t)$ la vitesse du train en fonction du temps écoulé (en secondes) depuis le départ, uniquement pendant la phase d'accélération. Donner sans justifier l'expression de $v_1(t)$.

b) Quelle est la nature de la fonction $v_1(t)$?

c) En combien de temps le train Hyperloop atteint-il la vitesse de croisière ?

3) On admet qu'en phase d'accélération, la distance parcourue est modélisée par une fonction $d(t)$ telle que⁽¹⁾:

$$d(t) = \frac{5}{2}t^2 \quad (t : \text{temps écoulé depuis le départ})$$

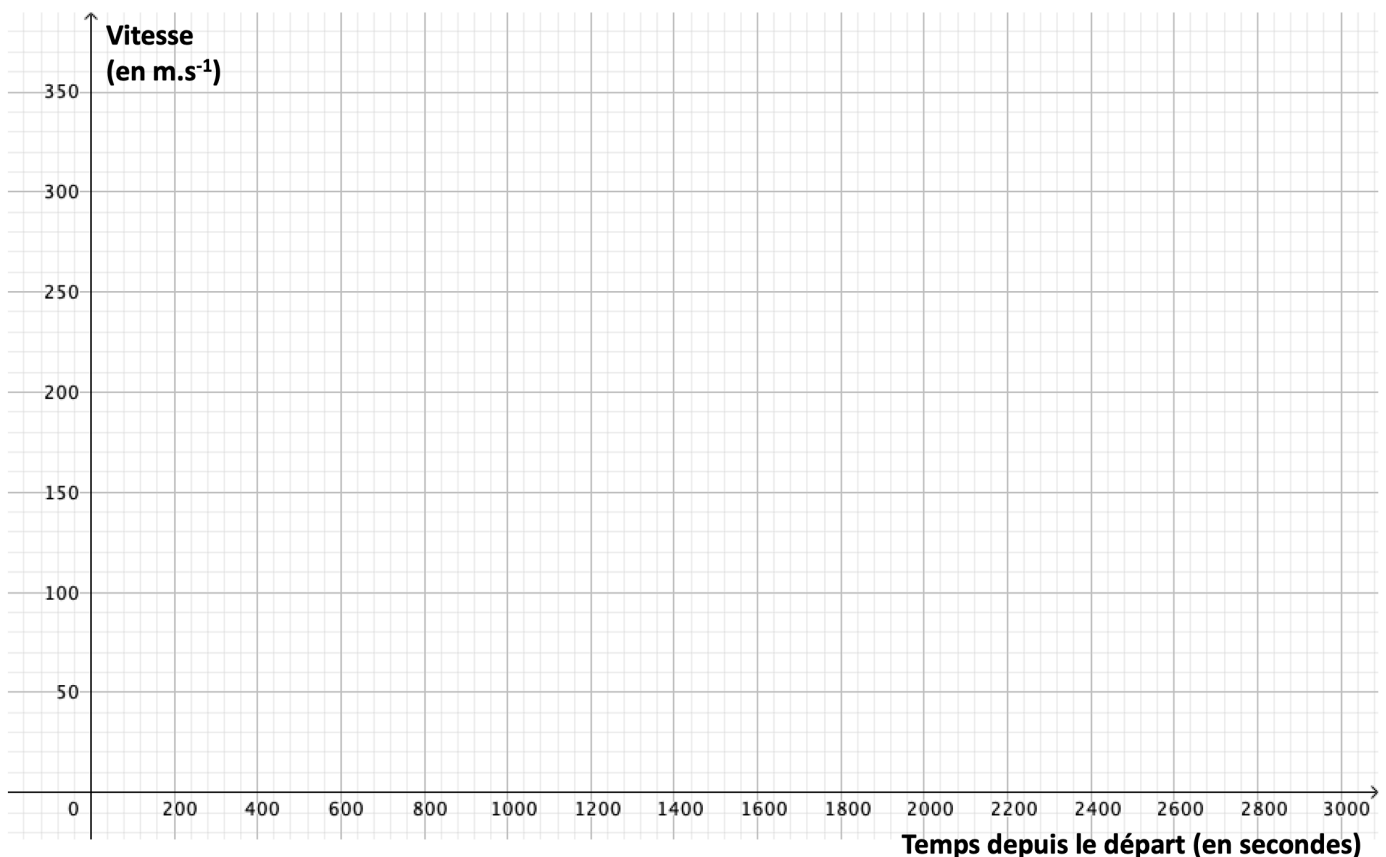
Calculer, en km, la distance parcourue pendant toute la phase d'accélération, c'est-à-dire jusqu'au moment où le train atteint la vitesse de croisière.

4) On admet que dans la phase de ralentissement, la vitesse du train, notée ici $v_2(t)$ (t étant toujours le temps écoulé depuis le départ), diminue de 5 m.s^{-1} par seconde, c'est-à-dire que la phase de ralentissement est en quelque sorte le «miroir» de la phase d'accélération. On admet ainsi que la durée de cette phase, ainsi que la distance parcourue dans cette phase, sont égales à celles de la phase d'accélération.

a) Déterminer la distance parcourue par le train à vitesse de croisière sur le trajet Paris-Marseille.
b) En déduire la durée, en secondes, pendant laquelle le train roule à vitesse de croisière sur ce trajet, puis la durée totale de ce trajet. Que pouvez-vous en conclure par rapport à l'affirmation du journal de 2021 ?

5) a) Quelle est la nature de la fonction $v_2(t)$? Justifier votre réponse (*Note : on ne demande pas une expression explicite de $v_2(t)$*).
b) Représenter sur le graphique en **Annexe 1** la vitesse du train en fonction du temps sur toute la durée du parcours.

Annexe 1



⁽¹⁾ Pour les physiciens : l'environnement de l'Hyperloop, dans un tube, est supposé être proche d'un vide, ce qui permet de négliger les frottements éventuels.